<u>פיסיקה ב' לביולוגים- תדגול מס' 2</u>

<u>נוסחאות:</u>

- **<u>שדה חשמלי של לוח הטעון באופן אחיד במטען Q (קרוב מאוד ללוח)</u>–**

$\vec{E} = 2\pi k \frac{Q}{A}\hat{y} = 2\pi k\sigma\hat{y}$ כאשר A הוא שטח הלוחות, y הוא הציר המאונך ללוח ו- σ היא צפיפות המטען המשטחית. זוהי גם הנוסחא עבור לוח אינסופי כשאז משתמשים בעיקר בנוסחא הימנית ביותר.

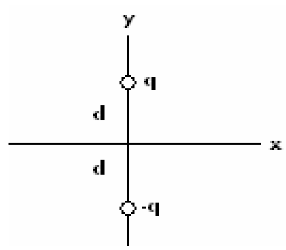
- **<u>שדה חשמלי של 2 לוחות הטעונים באופן אחיד במטענים Q זהים בעלי סימן הפוך</u>-**

$\vec{E} = 4\pi k \frac{Q}{A}\hat{y} = 4\pi k\sigma\hat{y}$ כאשר A הוא שטח הלוחות, y הוא הציר המאונך מהלוח הטעון במטען חיובי ללוח הטעון המטען שלילי ו- σ היא צפיפות המטען המשטחית. זוהי גם הנוסחא עבור זוג לוחות אינסופיים כשאז משתמשים בעיקר בנוסחא הימנית ביותר.

בשתי הנוסחאות דלעיל ההנחה היא שמימדי הלוחות גדולים בהרבה ממרחק המטען מהלוחות.

<u>תרגילים:</u>

1. דיפול – נתונים 2 מטענים q זהים בגודלם אך שונים במטענם הממוקמים המרחק 2d (d קטן) אחד מהשני על ציר Y באופן:



א. מהו השדה על גבי ציר Y (בחלקו החיובי) בנקודה במרחק $r >> d$ מראשית הצירים?

ב. מהו השדה על גבי ציר X (בחלקו החיובי) בנקודה במרחק $r >> d$ מראשית הצירים?

<u>פתרון:</u>

א. נסמן ב- $E_+ = \frac{kq}{(r-d)^2}\hat{y}$ את השדה הנוצר עקב המטען q בציר y ונסמן ב- $E_- = -\frac{kq}{(r+d)^2}\hat{y}$ את השדה הנוצר עקב המטען q- בציר y.

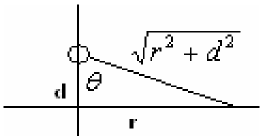
השדה הכולל בנקודה על ציר y הוא:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{kq}{(r-d)^2}\hat{y} - \frac{kq}{(r+d)^2}\hat{y} = \frac{kq\left[(r+d)^2 - (r-d)^2\right]}{(r-d)^2(r+d)^2}\hat{y} = \frac{4kqdr}{\left(r^2-d^2\right)^2}\hat{y}$$

מאחר ואנו מעוניינים בנקודה שעבורה $r >> d$ נוכל לכתוב $r - d \approx r$ ולכן השדה הכולל בנקודה כזו על ציר Y הוא:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \approx \frac{4kqdr}{\left(r^2\right)^2}\hat{y} = \frac{4kqd}{r^3}\hat{y}$$

ב. נסמן ב- $E_+ = \frac{kq}{r^2+d^2}\hat{r}_+$ את השדה הנוצר עקב המטען q בציר X ונסמן ב- $E_- = -\frac{kq}{r^2+d^2}\hat{r}_-$ את השדה הנוצר עקב המטען q- בציר X.



ראשית נגדיר כי $\cos\theta = \dfrac{d}{\sqrt{r^2+d^2}}$; $\sin\theta = \dfrac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$

השדה בכיוון ציר X הוא:

$$\vec{E}_X = \vec{E}_{+x} + \vec{E}_{-x} = \left(\frac{kq}{r^2+d^2}\sin\theta - \frac{kq}{r^2+d^2}\sin\theta\right)\hat{x} = 0$$

השדה בכיוון ציר Y הוא:

$$\vec{E}_Y = \vec{E}_{+y} + \vec{E}_{-y} = \left(-\frac{kq}{r^2+d^2}\cos\theta - \frac{kq}{r^2+d^2}\cos\theta\right)\hat{y} = -\frac{2kq}{r^2+d^2}\cos\theta\hat{y} = -\frac{2kq}{r^2+d^2}\cdot\frac{d}{\sqrt{r^2+d^2}}\hat{y}$$

אנחנו מעוניינים בנקודה שעבורה מתקיים $r >> d$ נוכל לכתוב $r + d \approx r$ ולכן השדה הכולל בנקודה כזו על ציר x הוא:

$$\vec{E}_y = -\frac{2kq}{r^2}\cdot\frac{d}{\sqrt{r^2}}\hat{y} = -\frac{2kqd}{r^3}\hat{y}$$

וזהו למעשה השדה הכולל בנקודה- $\vec{E}_{ttot} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \vec{E}_y = -\dfrac{2kqd}{r^3}\hat{y}$.

יש לשים לב כי בשני הצירים קיבלנו תלות של $\dfrac{1}{r^3}$.

2. 2 לוחות טעונים במטענים הפוכים ושווים המרוחקים זה מזה מרחק של 1cm. בינהם פועל כוח אחיד של 1000 N/C. (מהו σ?)
אלקטרון משוחרר מהלוח השלילי ופוזיטרון משוחרר המלוח החיובי באותו הזמן במהירות התחלתית 0.
א. לאיזה כיוון ינועו החלקיקים? מה היה קורה אילו היינו מחליפים במיקומים שלהם?
ב. באיזה מרחק יחלפו החלקיקים זה על פני זה?
ג. מהו יחס הזמנים שלוקח לכל אחד מהם להגיע ללוח הנגדי?

<u>פתרון</u>:

א. כל חלקיק ינוע לכיוון הלוח הנגדי משום שהכוח מושך אותו לכיוון המטען המנוגד לו.
אם היינו מחליפים את המיקומים שלהם החלקיקים היו נשארים צמודים ללוחות כי הכוח דוחף אותם אל הלוח שבו הם כבר נמצאים.

ב. לשני החלקיקים יש את אותו המטען בערך מוחלט ולכן הם ירגישו כוח זהה (אך הפוך בכיוונו) של

$$\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{E}\cdot e\right| = 1000\cdot 1.6\cdot 10^{-19} = -1.6\cdot 10^{-16}$$

מאחר ומסות החלקיקים שונות גם תאוצתו של כל אחד מהם תהיה שונה:

$$a_e = \frac{F}{m_e} = 1.76\cdot 10^{14}[\frac{m}{\sec^2}] \quad a_p = \frac{F}{m_p} = 9.58\cdot 10^{10}[\frac{m}{\sec^2}]$$

לכשיפגשו סכום ההעתקים שלהם יהיה 1cm ולכן

$$X_e + X_p = V_{0e}t + \tfrac{1}{2}a_e t^2 + V_{0P}t + \tfrac{1}{2}a_p t^2 = \tfrac{1}{2}a_e t^2 + \tfrac{1}{2}a_p t^2 = 0.01$$

לכן מתקבל כי:

$$t \cong 1.066\cdot 10^{-8}[\sec]$$

ולכן החלקיקים יפגשו במרחק של $\tfrac{1}{2}a_p t^2 = 5.44\cdot 10^{-6}$ מהלוח החיובי.

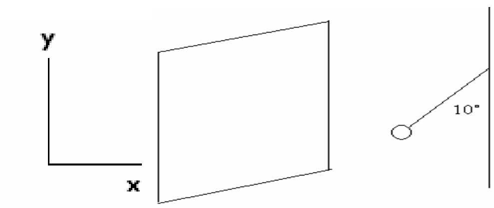
ג. מאחר וכשהחלקיקים פוגעים בלוח הנגדי להם (כל אחד בזמן אחר) ההעתק שעברו זהה ולכן:

$$\tfrac{1}{2}a_p {t_p}^2 = \tfrac{1}{2}a_e {t_e}^2$$

לכן יחס הזמנים הוא:

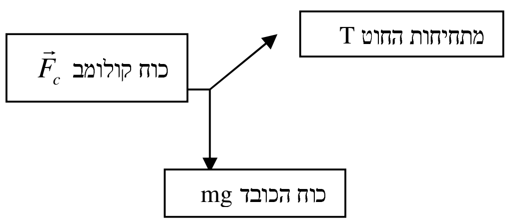
$$\frac{t_p}{t_e} = \sqrt{\frac{a_e}{a_p}} \cong 42.86$$

3. כדור שמסתו 0.5gr ומטענו $2\cdot 10^{-6}\,C$ תלוי על חוט ונמצא בשדה חשמלי של לוח אינסופי. החוט נפתח בזווית של 10° לכיוון הלוח. מהי צפיפות מטען הלוח האינסופי?



<u>פתרון:</u>

נבצע שקול כוחות לפי



נבצע שקול כוחות לכל אחד מהצירים:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_e - T\sin\theta = 0 \quad \theta = 10^\circ$$

$$\sum \vec{F}_y = T\cos\theta - mg = 0 \quad \theta = 10^\circ$$

נחלק את המשוואות ונקבל:

$$\tan\theta = \frac{F_e}{mg} = \frac{2\pi k\sigma q}{mg}$$

ולכן צפיפות המטען היא:

$$|\sigma| = \frac{mg\tan\theta}{2\pi\kappa q} = 7.64\cdot 10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

מאחר ומדובר במשיכה של מטען חיובי נקבל

$$\sigma = -7.64\cdot 10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$