תרגול בפיסיקה ב' לביולוגים

כוח משמר- התכונה העיקרית של כוח משמר היא שהעבודה הנעשית בהעברת גוף ממקום למקום על פני כוח משמר לא תלויה במסלול אלא אך ורק בנקודות ההתחלה והסיום של המסלול – הכוח החשמלי הוא כוח משמר (העבודה החשמלית הנעשית במסלול סגור היא 0 לפי הנוסחא $W=\Delta Vq=(V-V)q=0$).

משטחים שווי פוטנציאל- משטחים שווי פוטנציאל הם משטחים שעליהם הפוטנציל החשמלי נשאר קבוע ולכן העבודה המתבצעת בהעברת מטען ממקום למקום על פני משטח שכזה היא 0 לפי $W=\Delta Vq=(V-V)q=0$. השדה החשמלי מאונך למשטחים שווי פוטנציאל (משום שאחרת הפוטנציאל על פניהם היה משתנה). פני מוליך הם משטח שווי פוטנציאל.

קיבול וקבלים- הקיבול הוא היחס בין כמות המטען שיש לטעון גוף בכדי להעלות את הפרש הפוטנציאלים (המתח) על הגוף כלומר כמה יחידות מטען נדרשות בכדי להעלות את המתח על הגוף ביחידת מטען אחת. קיבול מסומן לרוב באות C ונמדד ביחידות של פאראד (F) כאשר אם שמים מתח של 1 וולט על קבל כך שמצטבר עליו מטען של 1 קולון אזי קיבול הקבל הוא 1 פאראד.
הנוסחא עבור קיבול היא:

$$Q=C\cdot\Delta V=C\cdot U\Rightarrow C=\frac{Q}{\Delta V}=\frac{Q}{U}$$

קבל לרוב הוא גוף המורכב מ-2 רכיבים גאומטריים כגון זוג לוחות או זוג כדורים הטעונים במטענים הפוכים בסימם אך שווים בגודלם כך הגודל – Q המופיע בנוסחא האחרונה **מתייחס למטען על אחד מהלוחות (או הכדורים)**.
הקיבול הוא גודל גאומטרי שתלוי במבנה הקבל עצמו בלבד (לא במתח ולא במטען שעליו).
האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בקבל בעל קיבול C מטען Q ומתח U היא:

$$E_p=\frac{QU}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{Q^2}{2C}$$

נוסחאות:

קיבול- $Q=C\cdot\Delta V=C\cdot U\Rightarrow C=\frac{Q}{\Delta V}=\frac{Q}{U}$

האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בקבל הטעון המטען Q ומתח U- $E_p=\frac{QU}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{Q^2}{2C}$

קיבול של קבל לוחות בעל שטח A מרחק d בין הלוחות –

$$U=Ed;\quad E=4\pi k\sigma=4\pi k\frac{Q}{A}\Rightarrow$$

$$U=Ed=4\pi k\frac{Q}{A}d\Rightarrow$$

$$Q=\frac{A}{4\pi kd}U\Rightarrow$$

$$C=\frac{A}{4\pi kd}$$

ניתן לראות כי הקיבול תלוי אך ורק בגדלים הגאומטריים של הקבל ולא בשום גודל אחר.

קיבול של קבל כדורי ברדיוס R- עבור כדור טעון ניתן להתייחס אליו כאילו הקבל הוא הכדור הטעון והאינסוף ומאחר והפוטנציאל באינסוף הוא 0 והפוטנציאל על פני הכדור הוא $V=\frac{kQ}{R}$ המתח על הקבל הוא $U=\Delta V=V-0=V=\frac{kQ}{R}$ ולכן הקיבול של כדור הוא:

$$C=\frac{R}{k}$$

<u>קיבול של קבל המורכב משני כדורים קונצנטריים (בעלי מרבז משותף)אחד בעל רדיוס R והשני בעל רדיוס r</u>- על הכדור החיצוני הפוטנציאל הוא $V_R = \frac{k(-Q)}{R} + \frac{kQ}{R} = 0$ ואילו על פני הכדור הפנימי הפוטנציאל הוא: $V_r = \frac{k(-Q)}{R} + \frac{kQ}{r} = kQ\frac{(R-r)}{Rr}$ הפרש הפוטנציאלים הוא:

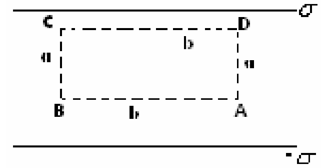
$$U = \Delta V = V_r - V_R = kQ\frac{(R-r)}{Rr}$$

ולכן הפוטנציאל הוא:

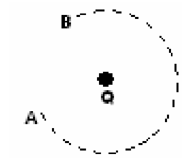
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1}{k\frac{(R-r)}{Rr}} = \frac{Rr}{k(R-r)}$$

1) מהי העבודה הנעשית בהעברת מטען q בכל אחד מהמסלולים הבאים (הסבר מילולי וחישוב):

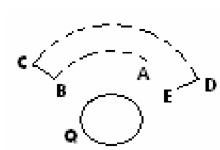
א. מסלול מלבני כמתואר באיור בתוך קבל לוחות בעל צפיפות מטען σ.



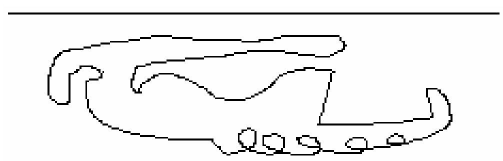
ב. מסביב למטען Q נקודתי על גבי קשת מנקודה A לנקודה B.



ג. מסביב לכדור הטעון במטען Q במסלול לאורך קשת מנקודה A לנקודה B מנקודה B לאורך הרדיוס לנקודה C משם לאורך הקשת לנקודה D ומשם לאורך הרדיוס לנקודה Eהנמצאת במרחק זהה לרדעיוס של הנקודות A ו-B ממרכז הכדור.



ד. בקבל לוחות במסלול הבא:



<u>פתרון</u>:

1) נשתמש בעובדה כי העבודה תלויה אך ורק בהפרשי הפוטנציאלים בנקודות ההתחלה והסיום ולא בפרטי המסלול עצמו $W = \Delta Vq$. נחלק את המסלולים לקטעים שונים וננתח את העבודה הנעשית בכל קטע ובסוף נסכום את העבודות הנעשות בכל אחד מהקטעים.

א. ברור כי העבודה הכוללת תהיה 0 כי אנו מבצעים מסלול סגור. באופן חישבוי – במסלול מ-A ל-B אנו נעים על משטח שווי פוטנציאל מאחר ואנו נעים במקביל ללוחות הקבל וראינו כי השדה בין 2 לוחות קבל מאונך ללוחות ולכן הפוטנציאל על פני המסלול לא משתנה והפרש הפוטנציאלים בין הנקודות יהיה 0 ולכן גם העבודה במסלול זה תהיה 0.

במסלול מ-B ל-C העבודה היא $W_{BC} = \Delta Vq = (-\vec{E} \cdot \vec{y})q = 4\pi\kappa\sigma \cdot a \cdot q$.

במסלול מ-C ל-D אנו שוב נעים על משטח שווי פוטנציאל מאחר ואנו נעים במקביל ללוחות הקבל (בדיוק כמו בין A ל-B).

במסלול מ-D ל-A העבודה היא $W_{DA} = \Delta Vq = (-\vec{E} \cdot \vec{y})q = -4\pi\kappa\sigma \cdot a \cdot q$.

סך כל העבודה שנעשתה היא:

$$W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = 0 + 4\pi\kappa\sigma \cdot a \cdot q + 0 - 4\pi\kappa\sigma \cdot a \cdot q = 0$$

ואכן קיבלנו כי סך כל העבודה שנעשתה היא 0.

ב. העבודה הכוללת שנעשית היא 0 מאחר ואנו נעים לאורך קשת (כלומר על גבי רדיוס קבוע) ואנו יודעים כי הפוטנציאל של מטען נקודתי תלוי אך ורק במרחק מהמטען ולכן אנו למעשה נעים על משטח שווה פוטנציאל והעבודה שנעשית תהיה 0.

ג. במסלול מ-A ל-B אנו נעים על גבי קשת ומאחר ומחוץ לכדור טעון הפוטנציאל הוא כמו פוטנציאל של מטען נקודתי במרכז הכדור מאותם שיקולים של סעיף ב העבודה היא 0 (למעשה אנו נעים במאונך לכוח).
במסלול מ-B ל-C אנו נעים במקביל לכוח ולכן העבודה היא:

$$W_{BC}=\Delta Vq=(\frac{kQ}{R_C}-\frac{kQ}{R_B})q$$

במסלול מ-C ל-D אנו נעים על קשת ולכן שוב לא מבצעים עבודה.
במסלול מ-D ל-E העבודה היא:

$$W_{DE}=\Delta Vq=(\frac{kQ}{R_E}-\frac{kQ}{R_D})q=(\frac{kQ}{R_B}-\frac{kQ}{R_C})q$$

סך כל העבודה היא:

$$W_{tot}=W_{AB}+W_{BC}+W_{CD}+W_{DE}=0+(\frac{kQ}{R_C}-\frac{kQ}{R_B})q+0+(\frac{kQ}{R_B}-\frac{kQ}{R_C})q=0$$

יכולנו לגעת תשובה זו מראש מאחר ואנו מתחילים ומסיימים במרחקים זהים ממרכז הכדור (למרות שאין מדובר במסלול סגור) ומאחר והפוטנציאל של כדור תלוי אך ורק במרחק ממרכז הכדור הפרש הפוטנציאלים יהיה 0 ולכן העבודה הכוללת תהיה 0.

ד. אנו נעים במסלול סגור ולכן הפרש הפוטנציאלים יהיה 0 ולכן לא נבצע עבודה.

2) נתון קבל לוחות בעל שטח של 4 סנטימטרים רבועים והמרחק בין הלוחות הוא 0.5 מילמטר:
א. מהו הקיבול של הקבל?
ב. איך ישתנה הקיבול אם נרחיק את הלוחות זה מזה פי 2?
ג. מחברים את הקבל למקור מתח קבוע של 20V.
i. כמה מטען מצטבר על הקבל?
ii. מהי העבודה שיש להשקיע בכדי לקרב את הלוחות למרחק של 0.25 מילימטר אם הקבל מחובר למקור המתח?
iii. מהי העבודה שיש להשקיע בכדי לקרב את הלוחות למרחק של 0.25 מילימטר אחרי שהקבל נותק ממקור המתח?

__פתרון__:
א. הקיבול של הקבל יהיה:

$$C=\frac{A}{4\pi kd}=\frac{4\cdot10^{-4}}{4\pi\cdot9\cdot10^{9}\cdot5\cdot10^{-4}}=7.08\cdot10^{-12}[F]=7.08[pF]$$

ב. הקיבול יקטן פי 2 כי d (שנמצא במכנה) גדל פי 2.
ג. כדע
i. המטען שמצטבר על הקבל הוא:

$$Q=C\cdot\Delta V=7.08\cdot10^{-12}\cdot20\approx14.16\cdot10^{-11}[C]$$

ii. כל עוד הקבל מחובר למקור המתח, המתח עליו נשאר קבוע ורק המטען משתנה. כאשר נקרב את הלוחות לחצי מהמרחק המקורי הקיבול הסופי יגדל פי 2 מערכו ההתחלתי. העבודה היא הפרש האנרגיות הפוטנציאליות ולכן:

$$W=\Delta E_p=E_{p-final}-E_{p-initial}=\frac{1}{2}C_{final}U^2-\frac{1}{2}C_{initial}U^2=$$

$$\frac{1}{2}\cdot2\cdot C_{initial}U^2-\frac{1}{2}C_{initial}U^2=\frac{1}{2}C_{initial}U^2=\frac{1}{2}\cdot14.16\cdot10^{-11}\cdot20=14.16\cdot10^{-10}[J]$$

iii. כאשר הקבל אינו מחובר למקור המתח, המתח עליו לא נשאר קבוע ורק המטען נשאר קבוע. כאשר נקרב את הלוחות לחצי מהמרחק המקורי הקיבול יגדל פי 2. העבודה היא הפרש האנרגיות הפוטנציאליות ולכן:

$$W=\Delta E_p=E_{p-final}-E_{p-initial}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{final}}-\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{initial}}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{2\cdot C_{initial}}-\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{initial}}=$$

$$-\frac{1}{4}\frac{Q^2}{C_{initial}}=-\frac{1}{4}\frac{(14.16\cdot 10^{-11})^2}{7.08\cdot 10^{-12}}=-\frac{1}{2}14.16\cdot 10^{-10}=-7.08\cdot 10^{-10}[J]$$